Advanced Mathematics Exam (#2)

توجه:

۱- مهلت پاسخگوئی تا دوشنبه ۱۳۹۳/۶/۳ ساعت ۸ صبح می باشد.

۲- پاسخ به سوالات باید در قالب یک فایل **pdf** با حداکثر ظرفیت ۴ مگابایت باشد.

۳- فایل پاسخ به آدرس**bkhoshandam@gmail.com** ارسال گردد.

۴- فایل هائی که پس از مهلت تعیین شده فرستاده شوند، ترتیب اثر داده نخواهند شد.

1- The heat balance equation for infinite solid cylinders of radius a, initially at zero temperature and subject to constant surface flux w_0 is written as

$$\frac{\partial v}{\partial t} = k\left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial v}{\partial r}\right), \qquad 0 < r < a$$

$$v(r,0) = 0, \qquad 0 \le r \le a$$

$$k\frac{\partial v}{\partial r} = w_0, \qquad r = a$$

Consider a penetration radius, ρ(t), and an approximate solution as

$$v(r,t) = \alpha(t)[r^2 - \rho(t)^2] + \beta(t)log\left(\frac{r}{\rho(t)}\right)$$

While α(t) and β(t) are functions of time.

If the heat-balance integral θ(t) defined by

$$\theta(t) = \int_{\rho(t)}^{a} rv(r,t)dr$$

(a) Calculate the functions α(t) and β(t)
(b) Calculate the function θ(t)
(c) Prove that

$$t = \frac{1}{8k}\left\{(a^2 + \rho^2) + \frac{4a^2\rho^2}{(a^2 - \rho^2)}log(\rho/a)\right\}$$

2- Problem 12.15 page 627 of the book “Applied mathematics and modeling for chemical engineers” by Rice and Do.